Como os alunos da 1ª série do ensino fundamental resolvem problemas de adição e subtração?[1]

Cirlei M. de Sena Corrêa[*]

Adeneri Nogueira Borba [**]

Resumo

Pressupondo que aprender Matemática para a criança traduz-se no domínio de algoritmos das operações aritméticas, muitas vezes os professores exigem que a criança execute uma série de exercícios padronizados sob o comando: arme e efetue. Tal procedimento pode relegar para segundo plano alguns aspectos cognitivos que acontecem na resolução de problemas aritméticos. Com o objetivo de investigar como os alunos da primeira série do ensino fundamental resolvem problemas de adição e subtração, analisou-se resoluções de doze alunos, no segundo semestre de 2005 (turma 1) e de nove alunos em fase de alfabetização, no primeiro semestre de 2006 (turma 2). A amostra selecionada pertence a Escola Querubins do tempo, unidade de ensino da rede particular, localizada no município de Barra Velha, local de atuação profissional da pesquisadora bolsista. A teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vegnaud, especificamente os teoremas em ação, desencadeados nos problemas sobre estruturas aditivas, constituem o referencial teórico para análise das resoluções. As investigações mostram que muitos dos esquemas utilizados pelos alunos para resolução de problemas são feitos por meio de registros em forma de desenhos, fato este que permite utilizar autores que considerem os recursos pictóricos na comunicação e na expressão de sentimentos, bem como nas injunções da linguagem escrita, articulada a dimensão lógico-matemática da inteligência.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Campos Conceituais. Competência Pictórica.

* Professora orientadora; Univali/Balneário Piçarras; cirlei.correa@univali.br

** Acadêmica do Curso de Pedagogia; Univali/Balneário Piçarras; adyborba@terra.com.br

1 INTRODUÇÃO

As dificuldades de aprendizagem na disciplina de Matemática que começam na etapa inicial da educação básica, ou seja, nas séries iniciais, refletem-se nas diversas etapas de escolarização.

Trabalhando com o pressuposto de que aprender Matemática para a criança traduz-se no domínio de algoritmos das operações aritméticas, muitas vezes o professor detem-se em exigir que a criança execute uma série de exercícios padronizados sob o comando: arme e efetue.

Outras vezes, em nome de ser construtivista, o professor se mune de uma série de materiais instrucionais para ensinar as operações aritméticas. Tal estratégia tem se manifestado um bom recurso, porque permite que o aluno construa o conhecimento num processo de ação sobre determinado objeto. Spinillo e Magina (2004) afirmam que material concreto é um recurso amplamente adotado no ensino da Matemática nas séries iniciais e que os professores, ao serem questionados sobre a importância deste recurso, são unânimes em defender o seu uso como apoio didático. As autoras explicam que essa é uma concepção predominante que tem por base a crença de que a Matemática só pode ser compreendida pelas crianças, se tornada concreta e fisicamente manipulável. "Entretanto, o uso indiscriminado deste recurso impede uma análise mais acurada acerca de sua efetiva contribuição para o ensino e a aprendizagem de conceitos lógicos-matemáticos." (SPINILLO; MAGINA, 2004, p. 8). Pode relegar a segundo plano alguns aspectos cognitivos que acontecem na resolução de diversos problemas aritméticos. Uma outra crítica surge ao modo de ensinar Matemática: após um ensino das operações pautado em métodos algorítmicos, vem o momento de aplicação das operações. Esta acontece via resolução de problemas. As operações agora ganham referentes, não basta apenas somar quatro mais oito e sim, resolver situações-problema como:

a) Numa sala de aula estão sentados quatro meninos e oito meninas, quantas crianças estão na sala?
b) Ana comprou uma boneca por R$ 4,00 e ficou com R$ 8,00 na carteira. Quantos ela possuia antes de realizar a compra?

c) Luciano tem 4 anos. Julia, sua irmã, é 8 anos mais velha que Luciano. Quantos anos tem Julia?
d) Ricardo foi jogar videogame. Ao final da primeira fase do jogo ele tinha perdido 4 pontos. Ele então foi para a segunda e última fase do jogo. Terminou o jogo com 8 pontos ganhos. O que aconteceu na segunda fase?

Como pode se verificar, todas as situações-problema são resolvidas com a operação 4 + 8 = 12. No entanto, o grau de complexidade de cada problema não é o mesmo. Entendimento sobre estes graus de complexidade são de extrema importância, para que professores comprometidos com o ensino e aprendizagem de Matemática rompam com o senso comum de afirmar que os alunos não conseguem resolver problemas de Matemática, porque não sabem interpretá-los.

Magina e outros (2001) salientam a necessidade do professor estar atento às dificuldades que são inerentes aos tipos de situações, e que os problemas solucionados devem permitir que o aluno desenvolva uma competência aditiva. Isso contribuirá para que em sua formação inicial, o aluno não faça mais aquela tradicional pergunta: Professor, este problema é de mais ou é de menos?

Essa competência aditiva é observada quando os alunos confrontam-se com as situações-problema. Para solucioná-las, eles utilizam estratégias de ação, as quais nem sempre constituem-se como processos aplicados no sistema escolar. Escritas, desenhos e diagramas muitas vezes auxiliam na busca por resultados.

Esse modo de agir do aluno solicita que professores das séries iniciais desenvolvam uma certa disciplina do notar, para observar quais processos são utilizados pelos alunos para resolver os problemas de Matemática.

Analisar quais processos são utilizados pelos alunos da 1ª série do ensino fundamental, na resolução de problemas aditivos, constituiu-se o objeto desta pesquisa. Tem-se entendido que trabalhar com situações-problema contextualizadas passa pela análise do algoritmo que o aluno utiliza para a busca de soluções. Cabe à escola analisar esses processos e verificar sua validade, identificando se nas formas de resolução há obstáculos causados por dificuldades conceituais.

Esta pesquisa contribuirá para a prática pedagógica de ensino e aprendizagem de Matemática, procurando romper com o pressuposto de que o aluno não aprende Matemática porque ela é de caráter abstrato e formal. Faz-se necessário entender como o aluno processa a sua aprendizagem.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No início do século XX predominou o ensino de Matemática por repetição. Seus métodos de ensino constituíam-se de um professor falante e um aluno receptivo, no qual o treinamento de exercícios era uma constante que garantia um bom desempenho na hora da realização das provas. Alguns alunos chegavam a compreender o que faziam, mas a maioria esquecia em pouco tempo o que tinha estudado. O conteúdo era decorado, negligenciando os aspectos de desenvolvimento do raciocínio e suas aplicações práticas.

Alguns anos mais tarde novos pressupostos são pensados para o seu ensino, apontando a necessidade da compreensão dos conteúdos. Surge uma reforma no ensino de Matemática a qual descarta as formas de ensino pautadas em teoria, exemplos e exercícios. Esta, entre muitas atividades, aponta a resolução de problemas como um dos caminhos do fazer pela compreensão.

Essa atividade ou metodologia tem seu marco inicial com Dewey, no período de 1896 a 1904. Experiências desenvolvidas com projetos consideravam a situação socioeconômica das crianças, utilizando problemas de interesse de comunidade, possibilitando o desenvolvimento do espírito crítico dessas crianças.

No campo da Matemática, a resolução de problemas veio a tornar-se interesse de professores e estudantes, a partir de 1945, com o livro *How to solve it*, de George Polya (1887-1985). Nesse período, a resolução de problemas é caracterizada pelo exercício ostensivo na solução de um grande número de problemas.

Na década de 1960 aparecem implicações curriculares sobre a resolução de problemas baseadas nos trabalhos de Polya. Enfatizam sessões de resoluções em grupos por meio de treinos, promovendo um processo de estímulo-resposta. Denota-se, nessa época, uma preocupação com a obtenção da solução e não com o processo pelo qual ela é obtida. Algumas características essenciais são definidas para os problemas:

a) o enunciado deve ser de fácil compreensão;
b) deve haver diferentes modos de resolvê-los;
c) devem servir como introdução a importantes ideais matemáticas;

d) ser verdadeiramente um problema e não um exercício de aplicação;
e) deve despertar no aluno o interesse em resolvê-lo;
f) não ser muito fácil e nem muito difícil, natural e interessante.

Além dessas características, é importante também o modo como o problema é resolvido. Polya (1995) propõe trabalhar os problemas utilizando um método constituído por quatro fases:

a) compreensão: é preciso compreender o problema, fazer várias leituras se necessário, identificando a incógnita e as condições apresentadas para responder questões como: o que se pede no problema, o que se procura etc.;
b) planejamento: é feito um plano de ação para resolver um determinado problema permitindo uma conexão entre os dados e o que se pede. Nessa fase, acontece a maior parte de seu trabalho mental. Chega-se a uma sentença Matemática partindo da linguagem visual;
c) execução: é preciso verificar os passos cuidadosamente. O aluno analisa se é capaz de explicar cada passo da sua resolução com entendimento;
d) verificação: é a análise da solução obtida e a certificação de resultados, examinando se a solução está correta, se existe outra maneira de resolver o problema ou, se é possível utilizar outro método de resolução.

Essas etapas não são fixas. O processo de resolver um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita em instruções como se fosse um algoritmo. Resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno, com apoio e incentivo do professor.

Segundo Polya (1995), um dos objetivos de se ir à escola é aprender a resolver problemas. Caso o aluno tenha conseguido superar esse obstáculo terá mais chances de se realizar, seja no que se refere ao mercado de trabalho, seja como pessoa humana. Um problema é uma situação na qual se deseja obter algo, mas não se sabe caminho, geralmente é conseqüência de um raciocínio passo a passo, que causa grande satisfação quando descoberto.

Os problemas matemáticos visam desenvolver várias habilidades tais como: fazer com que o aluno aprenda os conceitos, as técnicas e a linguagem matemática e a comunicar idéias abstratas. Espera-se que, ao aprender a resolver problemas matemáticos, geralmente mais simples, o aluno esteja também aprendendo um método de resolver problemas em outras áreas. Além disso, a resolução de problemas o ajuda a sentir-se seguro e apto a enfrentar situações novas.

Polya (1995) considera que um problema é rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo segmento, passo a passo, de algum exemplo muito batido. Apesar de desnecessário, no decorrer do ensino Matemática, esse tipo de problema não capacita o aluno a desenvolver estratégias, pois elas já foram desenvolvidas pelo professor ao resolver o primeiro da série e de outros semelhantes.

O professor que realmente deseja ajudar o aluno deve, antes de tudo, estimular a sua curiosidade, desenvolvendo certo desejo de resolver o problema, concedendo algum tempo ao aluno, para que tome a decisão e se dedique a sua tarefa.

Ensinar a resolver problemas é educar à vontade. Na resolução de problemas, o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, a apreciar pequenos progressos, a esperar pela idéia essencial e a concentrar todo o seu potencial quando esta aparecer.

No entanto, "Blomm e Broder, ainda na década de 1950, questionavam as pesquisas, até então desenvolvidas sobre a solução de problemas, pela ênfase que vinha sendo dada aos produtos das soluções em vez de valorizar os processos implícitos da resolução criativa de problemas." (ONUCHIC, 1999, p. 202).

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Na década de 1990 a resolução de problemas como uma metodologia de ensino da Matemática passa a ser tema de pesquisas e estudos, os quais indicam o recurso não apenas como um propósito de se ensinar Matemática, mas também como um primeiro passo para o ensino-aprendizagem, pressupondo que a razão mais importante para a utilização da estratégia é o de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias em cada unidade temática.

Os estudos apontam para a necessidade de pesquisas que, ao invés de enfocarem a questão metodológica, pontuem o significado das operações realizadas no problema. Essa tendência influencia pesquisas atuais. Corrêa e Pereira (2004) realizaram uma pesquisa com professores de escolas da rede pública municipal, no município de Joinville, estado de Santa Catarina, sobre o tema "Resolução de Problemas: uma questão de significados das operações matemáticas". As análises do primeiro momento da pesquisa mostram que a maioria dos professores afirma que os alunos não resolvem problemas de Matemática porque não sabem interpretá-los. Indicam, assim, a existência de uma grande categoria denominada compreensão do problema, conforme pode-se observar nos itens 3, 5 e 6 do Quadro 1.

Causas das dificuldades de compreender problemas por parte dos alunos	**Freqüência**				**Total**
	1ª série	**2ª série**	**3ª série**	**4ª série**	
1 Alunos aplicam técnicas, mas não sabem resolver problemas	1		1		2
2 Ausência de formação dos professores	1		1	1	3
3 Falta de concentração		4	1		5
4 Estímulo da família		]3	1	1	5
5 Falta de leitura		]1	2	2	5
6 Compreensão do texto		]2	4	1	7
7 Bloqueio à matéria Matemática		3			3

Quadro 1: Causas das dificuldades para compreensão dos problemas de Matemática
Fonte: Corrêa e Borba (2006).

Diante da constatação, as autoras concluem que ainda são incipientes questões como, os alunos não conseguem resolver problemas porque o texto escrito, mesmo enfocando uma única operação matemática, pode trazer diferentes significados. Sugerem pesquisas em que a resolução de problemas seja relacionada a problemas conceituais que envolvem o significado das operações matemáticas, especificamente a estrutura aditiva.

A idéia de adição ou subtração está vinculada a conceitos que se aprende nos primeiros anos de vida e que são desenvolvidos e estimulados de acordo com o meio em que se vive. Para construir a idéia de adição ou subtração não basta simplesmente realizar um cálculo numérico. É preciso saber em que situação problema este cálculo insere-se e utilizar recursos com a finalidade de fazer o aluno avançar de um conceito intuitivo para aquele já estabelecido convencionalmente.

Magina e outros (2001) trazem tais questões para os Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, um francês, discípulo de Piaget, que amplia e redireciona, em sua teoria, o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação. Isso significa tomar como referência o próprio conteúdo do conhecimento e nele realizar uma análise conceitual.

> A Teoria dos Campos Conceituais considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problemas. (MAGINA et al, 2001, p. 8).

Para Vergnaud (1998), Piaget não se deu conta de quanto o desenvolvimento cognitivo depende de situações e de conceitualizações específicas necessárias para lidar com elas. O autor questiona a complexidade conceitual que acontece durante a resolução de determinadas situações-problema na sala de aula, não pode ser reduzida a algum tipo de complexidade lógica geral.

Destaca a necessidade de se interessar pelo que se passa na sala de aula, considerando também o conteúdo do conhecimento. O próprio Vergnaud, no que se refere à Matemática, por entender que as dificuldades dos alunos não são as mesmas de um campo conceitual para o outro, foi obrigado a se interessar muito mais do que Piaget por questões como as estruturas aditivas e as estruturas multiplicativas, para estudar as dificuldades dos alunos nessas áreas.

A teoria dos campos conceituais considera uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e conceitos. Estes emergem de situações-problema em que o conhecimento conceitual acontece porque se desencadeia um conjunto (S, I, R), no qual S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I é o conjunto de invariantes como objetos, propriedades e relações, sobre os quais acontece operacionalidade do conceito, e R são as representações simbólicas expressas pela linguagem natural, gráficos, diagramas, sentenças formais, etc.

Assim, uma criança ao iniciar o processo de contagem precisa manipular objetos concretos e não apenas realizar desenhos em uma folha de papel. O conceito de contagem precisa de diferentes situações para ser apropriado pela criança, entre elas as que permitem o desenvolvimento do princípio de ordenação e da correspondência um a um. Nessa simples situação pode-se ver que dois conceitos são necessários para dar conta de uma única tarefa.

O exemplo anterior mostra como a teoria dos Campos Conceituais estuda conteúdos matemáticos, não como conceitos isolados, mas como conjuntos de conceitos inter-relacionados em que aparecem o referente do conceito (S) , bem como seu significado (I) e o significante (R).

4 **TEOREMA EM AÇÃO**

Vergnaud (1998) ressalta que no processo de conceitualização, a situação-problema deve levar em consideração a representação e a formação de conceitos. Ao descrever e analisar os avanços e conquistas dos alunos no processo de aprendizagem e desenvolvimento são necessárias duas ferramentas: a competência e a concepção. A competência é traçada pela ação do aluno diante das situações, e as concepções dos alunos podem ser traçadas por suas expressões verbais ou representações simbólicas.

O professor tem um papel fundamental dentro desse processo de formação e desenvolvimento de competências e concepções, pois é dele a responsabilidade de fazer escolhas adequadas para criar um ambiente favorável para o aluno avançar no processo.

Dentro desse processo surge o esquema, que é a forma como a pessoa organiza seus invariantes de ação ao lidar com um conjunto de situações análogas. A análise das tarefas matemáticas e o estudo de conduta dos alunos permitem analisar sua conduta segundo três aspectos:

a) análise do erro;
b) análise do tipo de estratégia utilizada;
c) análise da capacidade de escolher o melhor método de resolver o problema.

Os alunos, ao resolverem situações-problema, usam implicitamente relações lógicas sofisticadas, que possuem relações matemáticas. Essas estratégias não dão conta de todas as situações da realidade, porém cabe ao professor diagnosticar o nível em que a criança está e entender as relações matemáticas que correspondem às estratégias utilizadas. Percebendo essas relações o professor pode criar situações-problema que ajudem a criança a expandir seus conhecimentos, propiciando avanços no processo de aprendizagem. Essas relações são os teoremas em ação. Seu âmbito de validade aos alunos é limitado, mas é a primeira base em que os professores podem usar para entender o uso dessas inter-relações para situações mais complexas.

Os teoremas em ação são relações matemáticas usadas pelos alunos quando estes escolhem uma operação, ou conseqüência de operação para resolver o problema. Eles mostram um caminho para se analisar as estratégias intuitivas dos alunos e ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito. Também oferecem um caminho para se fazer um diagnóstico do que os alunos sabem ou não, de modo que se possa oferecer-lhes situações que permitam avançar em seus conhecimentos, percebendo seus limites para a superação de dificuldades.

Magina e outros (2001), afirmam que muitas vezes as crianças utilizam relações lógicas sofisticadas para resolverem situações-problema de Matemática. Citam o exemplo do processo utilizado para uma criança calcular a quantidade de bolas de gude dela e do seu irmão. Dois teoremas em ação podem surgir a partir da situação:

a) a criança junta as duas coleções e conta os elementos: Card. (AUB) = Card. (A + B);
b) seu irmão conta as suas bolas de gude e a criança parte dessa quantidade para iniciar a contagem dos elementos de sua coleção, alcançando o total de bolas de gude das duas coleções. Card (AUB) = Card. (A) + Card. (B).

5 **COMPETÊNCIA PICTÓRICA**

Smole (1996) questiona: que relação haveria entre o matemático e o pictórico? Melhor dizendo: que relação haveria entre uma competência eminentemente artística e outra tão relacionada ao científico? Foi a civilização ocidental que se encarregou de estabelecer esta dicotomia. Há uma rivalidade entre tudo que rege uma postura e tudo o que rege uma postura artística.

> Em termos de ciência, tem valor o que é lógico, o que pode ser provado ou demonstrado, ficando alheio ao procedimento científico as metáforas, as intuições; os pares mente-corpo e razão coração seriam totalmente dicotômicos. Não é preciso uma análise tão detalhada para verificar que essa dicotomia é aparente e que a sensibilidade, intuição e criatividade são instrumentos para a arte e para a ciência. (SMOLE, 1996, p. 86).

No entanto, autores como Machado (1995), no debate sobre a Teoria das Inteligências Múltiplas[2], aponta na direção de mais uma componente no espectro de competências.

"Observando a manifestação e o desenvolvimento das habilidades infantis, é possível notar que a criança, desde muito cedo, se expressa através de desenhos." (SMOLE, 1996, p. 34). Desenvolve uma competência pictórica que lhe permite adaptar-se a qualquer natureza do conhecimento.

Olhando para essa ação natural de desenhar da criança, observa-se que ela desenha por prazer, para divertir-se. É como se para ela, o desenho, fosse um jogo. Nesse jogo de desenhar, a criança encontra um recurso importante para a comunicação e a expressão de sentimentos, vontades e idéias. O desenho aparece à criança como uma linguagem, assim como são os gestos e a fala, e é sua primeira escrita. É uma representação do real.

Ao usar e fazer desenhos ela desenvolve uma forma de utilizar um substituto simbólico para o real e extrair propriedades da realidade. A utilização de símbolos para construir representações abre à criança os domínios cada vez mais vastos da vida intelectual. No ato de desenhar, manifestam-se operações mentais como imaginação, lembrança, sonho, observação, associação, relação, simbolização, estando por isso implícita ao desenho uma conversa entre o pensar e o fazer.

Tais características do processo do desenho permitem que as crianças registrem impressões sobre as ações realizadas durante uma proposta de trabalho em matemática. Ocorre uma maior reflexão do aluno sobre o que ele realizou, ao mesmo tempo em que fornece ao professor pistas de como cada criança percebeu o que fez, como são expressas as reflexões de cada aluno e que interferências poderão ser feitas em outras situações para ampliar o conhecimento matemático envolvido numa dada atividade.

> Enquanto realizam as tarefas propostas pelo professor, muitas vezes as crianças pequenas simplesmente brincam. Finda a atividade, no entanto, é possível que se use o recurso do desenho para que os alunos registrem o que fizeram, reflitam sobre suas ações, e para que o professor perceba se o aluno observou, aprendeu e apropriou-se dos aspectos mais relevantes que foram estabelecidos como objetivo ao elaborar-se determinada tarefa. É como se estivéssemos considerando o desenho como fotografia mental, memória visível do acontecido. (SMOLE, 1996, p. 88).

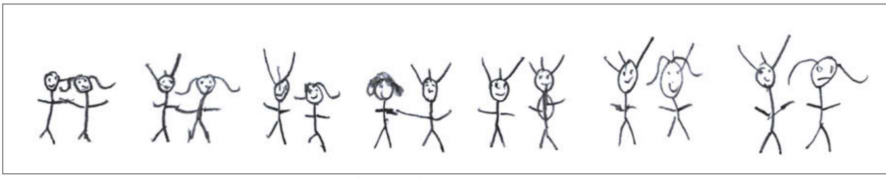
O desenho não apenas expressa para o aluno a solução que encontrou para a situação proposta, mas funciona como um meio para que a criança reconheça e interprete os dados do enunciado.

A proposta é relacionar o matemático e o pictórico. Analisar o desenho como uma forma de comunicação e parte importante da percepção espacial que "[...] mostra como a criança inicia a construção de uma significação para as diferentes representações com as quais terá contato ao longo da escolaridade, inclusive à Matemática, e como uma foram de registros para as atividades realizadas." (SMOLE, 1996, p. 87).

6 CRIANÇAS RESOLVENDO PROBLEMA DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Foram analisadas resoluções de problemas de adição e subtração, de doze alunos, no segundo semestre de 2005 (turma 1), e de nove alunos em fase de alfabetização, do primeiro semestre de 2006 (turma 2). A amostra selecionada pertencia à escola Querubins do tempo, unidade de ensino da rede particular, localizada no município de Barra Velha.

Problema 1: Pedro fez uma festa de aniversário; no total foram convidadas 15 crianças. Na festa tinha muitas brincadeiras, numa delas tinham que formar pares. Se todos quisessem participar quantos pares seriam formados? Represente por meio de desenho.



Desenho 1: Forma de resolução do problema dos pares
Fonte: Criança M, da turma 1 (2006).

O problema apresenta a idéia de divisão inserida no raciocínio aditivo. Os alunos organizaram os pares por meio da relação um a um e verificaram quantos pares havia, não considerando o aluno que sobrou. Todos fizeram registros em forma de desenhos. Não houve a preocupação de contar o aniversariante o qual formaria o último par, alterando o resultado do problema. O problema foi apresentado na forma escrita. Porém a solução foi dada por meio de desenhos.

Categorias	Quantidade
Utilizaram desenhos de crianças	5
Utilizaram a relação de quantidade registrando outros objetos	7

Quadro 2: Registros dos teoremas em ação dos alunos
Fonte: Corrêa e Borba (2006).

Observou-se que duas das crianças com erro parcial fizeram a representação pictórica correta. No entanto, na hora de contar o fizeram na relação um a um indivíduo e não a contagem dos pares. Não houve o registro de operações matemáticas como teoremas em ação. Predominou a representação pictórica, o que permitiu considerar que problemas apresentados na linguagem escrita podem favorecer o registro de representações simbólicas.

Problema 2: Damião comprou 4 cadernos e 4 borrachas. E Abraão seu amigo comprou 5 canetas. Quantos materiais escolares os dois compraram juntos?

A primeira atitude de todos os alunos foi de classificar os objetos citados no enunciado do problema. Cinco alunos nomearam os objetos e os organizaram em linhas, preocupando-se em dar uma resposta numérica ao problema. Outros três forneceram a resposta escrita em numeral. Somente uma aluna conseguiu organizar toda a operação na linguagem matemática formalizada pelo algoritmo da adição.

Observou-se que os alunos não encontram dificuldades em realizar o problema mediante representação pictórica. Esta parece lhes dar mais segurança na busca para solução de um problema envolvendo números e operações.

Desenho 2: Forma de resolução do problema das coleções de lápis e borracha
Fonte: Criança P, da turma 2 (2006).

Essa competência pictórica não deixa de evidenciar a estrutura aditiva que está em jogo na resolução do problema. Vergnaud (1998) define as estruturas aditivas como os processos que os alunos usam na resolução de problemas de adição e subtração. Para dominar essas estruturas aditivas, o aluno precisa ser capaz de resolver diversos tipos de situações-problema.

A competência para resolver problemas aditivos, estruturados em algoritmos, inicia-se nos anos iniciais do ensino fundamental e permite a formação de conceitos. Porém, para que isso aconteça, é preciso que o professor esteja atento às dificuldades inerentes aos tipos de situações, pois as crianças constroem o campo conceitual pelas experiências da vida diária e na escola. Planejar e desenvolver situações didáticas são necessários para que se possa entender como esse campo conceitual é construído.

Ensinar o conceito de adição requer ir além dos processos algorítmicos. Existe todo o campo conceitual aditivo, ou seja, a simples operação adição, considerada a operação mais fácil de ser ensinada, por muitos professores, possui uma estrutura teórica. Na estrutura aditiva encontra-se três grupos básicos de problemas: composição, transformação e comparação.

Observando o Desenho 2, quando a criança organiza o desenho do material pertencente a Damião, tem-se um esquema pictórico de um problema de composição. Quando solicitada a resolver a situação a criança junta as partes de Damião para achar o todo, pertencente a ele. É a primeira situação de adição que a criança aprende e representa. Em geral está associado ao processo de contagem desencadeado por situações vivenciadas antes dela iniciar seu processo de escolarização. Possibilitam que o raciocínio intuitivo seja formado espontaneamente, constituindo-se como alicerce de uma estrutura aditiva que considera a relação parte-todo e que a criança irá usar por toda a vida.

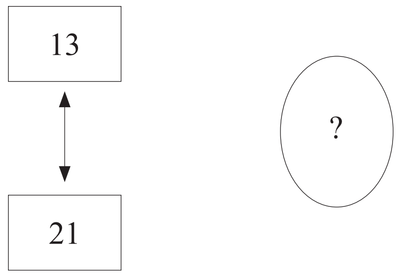
4	+	4	→	?
Parte		Parte		Todo

Esquema 1: Modelo do diagrama para problemas de composição sugerido por Magina e outros (2001)
Fonte: Magina e outros (2001).

Problema 3: Daniel tem 13 anos e Patrícia 21 anos.

a) Quem é mais velho?
b) Quantos anos mais velho(a)?
c) Represente, por meio de desenho e linguagem matemática, como você fez para descobrir quem era mais velho.

O problema anterior apresenta a estrutura aditiva de comparação entre as idades de Daniel e Patrícia. Para resolver o item b, as crianças comparam quantidades.



Esquema 2: Modelo do diagrama para problemas de comparação sugerido por Magina e outros (2001)
Fonte: Magina e outros (2001).

O Quadro 3 mostra as categorias de resoluções adotadas pelos alunos, no item c do problema.

Categorias	Quantidade
Representação pictórica	8
Dedução através da escrita	4
Operações erradas	3

Quadro 3: Formas de resolução da situação problema, item c

As deduções escritas constituem-se, também, como uma representação pictórica. Expressam soluções como: fácil, o 13 é baixo e o 21 é alto (aluno a) ou, fiz a conta com os dedos (aluno b), fazem parte dos teoremas em ação utilizados pelos alunos.

Nas reflexões teóricas sobre problemas aditivos, Magina e outros (2001), na categoria comparação, destacam existir nas situações problemas um referente e um referido. Por exemplo, quando se afirma que Luciano tem 4 anos e Julia, sua irmã, tem 8 anos a mais, a resposta dada a pergunta sobre a idade de Lúcia fundamenta-se no referente, a idade de Luciano e o referido, a idade de Lúcia. Para responder o item b, há necessidade de um referente e um referido. Perguntar quantos anos Patrícia é mais velha que Daniel, implica tomar uma idade como referência (pode ser a menor) e, a partir daí, chegar a idade maior.

A classe de problemas de transformação é aquela que trata de situações em que a idéia temporal está sempre envolvida, possibilitando que estado final seja uma outra quantidade, diferente do estado inicial. A situação em que Ana comprou uma boneca por R$ 4,00 e ficou com R$ 8,00 na carteira na qual se pergunta quantos ela possuía antes de realizar a compra, exemplifica um problema deste tipo.

Observa-se que, embora o problema compare as idades, há uma estrutura aditiva de transformação que, se percebida pela criança, auxiliará na solução.

$$\boxed{13} \xrightarrow{+8} \boxed{21}$$

Esquema 3: Teorema-em-ação de um problema de transformação
Fonte: Corrêa e Borba (2006).

Problema 4: Letícia tinha 9 figurinhas, deu 4 para seu irmão. Quantas figurinhas Letícia ficou?

As soluções para os problemas evidenciaram uma diversidade de teoremas em ação. Destacam-se quatro grupos:

a) Grupo 1: Nesse grupo encontram-se duas alunas. Elas fizeram a resolução passo a passo, em três colunas. Na primeira registraram a quantidade de figurinhas que Letícia tinha, na segunda coluna, a quantidade que ela deu para o irmão e, na terceira coluna, a quantidade de figurinhas que restou. Nesse caso, o resultado da questão ficou bem evidente, mas, mesmo assim, fizeram questão de acrescentar a resposta na escrita numérica. Essas alunas são as únicas da classe que já têm sete anos completos.
b) Grupo 2: Nesse grupo encontram-se três crianças. Dividiram a quantidade inicial entre os irmãos, de acordo com o enunciado do problema. A noção de divisão ficou evidente, pois todos separaram as quantidades por colunas. A diferença aqui é que a quantidade inicial não está presente, eles a tinham na representação mental. As idades das três crianças variavam entre seis anos incompletos e sete anos completos, no entanto, semelhanças no desenvolvimento cognitivo foram observadas. Magina e outros (2001) afirmam que o desenvolvimento da criança ocorre de acordo com os estímulos recebidos e tal afirmação insere-se no contexto analisado.

c) Grupo 3: Nesse grupo contam-se mais três alunos e estes resolveram o problema apenas colocando o resultado final da questão, constando a representação pictórica, numérica e escrita. Foram mais objetivos na resolução do problema e fizeram o esquema mentalmente. A partir da observação podem ser admitidas duas hipóteses. Primeira: os alunos não conseguem explicitar o processo mental ao qual chegaram ao resultado final. Segunda: preferiram somente abreviar a resposta, sendo mais objetivos.
d) Grupo 4: Uma aluna representou a quantidade inicial numa primeira coluna e, em outra coluna a quantidade final, sem definir a quantidade perdida. Não se preocupou em colocar respostas numéricas. A diversidade dos teoremas em ação utilizada para resolução do problema 4, por este grupo de alunos, conduziu a investigar a faixa etária deles. A variação da idade permite deduzir que este pode ser o motivo das diferentes estratégias de solução dos problemas.

7 CONCLUSÃO

A pesquisa mostrou o quanto é importante a atividade de resolução de problemas nas aulas de Matemática. Os resultados analisados indicam que a criança, diante de uma situação problema, utiliza a representação pictórica para apresentar a solução, e que a linguagem matemática, expressa por sistemas de representações formais, ainda são incipientes para crianças da primeira série do Ensino Fundamental.

Os problemas solucionados apresentaram erros nas respostas, quando os alunos utilizaram a representação na linguagem Matemática, mas na representação pictórica, a maioria conseguia resolvê-los. Os teoremas em ação por meio de desenhos são coloridos e possuem mais detalhes. As soluções são animadas e permitem fazer comparação com uma grande montanha a ser escalada, onde lá em cima há uma recompensa: ter o problema solucionado e bem ilustrado.

Observando crianças em seus anos iniciais na escola, nota-se que elas gostam muito de desenhar. Fica como sugestão, aos professores dessas crianças, a utilização desses processos não-formais como ponto de partida para resolução de

Roteiro, Joaçaba, v. 31, n. 1-2, p. 159-180, jan./dez. 2006

problemas aritméticos. Por meio deles acontece o desenvolvimento de conceitos necessários para cálculos operatórios, traduzidos não somente em processos algorítmicos, mas em processos de aprendizagem.

Por outro lado, não é suficiente respeitar o processo de resolução de cada aluno. A responsabilidade quanto à aprendizagem precisa ser iniciada pelo professor, quando ele escolhe os problemas para trabalhar na sala de aula. Estar atento ao custo cognitivo dos problemas torna-se indispensável. Problemas de adição não são tão simples quanto o adulto pensa. A escolha dos problemas que podem ser resolvidos por meio desta operação deve ser feita de forma a considerá-los inseridos na estrutura de composição, transformação e comparação.

How do 1st grade elementary school pupils solve addition and subtraction problems?

Abstract

Based on the assumption that learning Mathematics for the child is translated into mastery of algorithms of arithmetic operations, teachers often require the child to carry out a series of standardized exercises under the command: formulate and calculate. This procedure could relegate to second place, some cognitive aspects which take place in the resolution of arithmetic problems. In order to investigate how first grade elementary school students solve problems of addition and subtraction, this work analyzes the problem-solving of twelve students, in the second semester of 2005 (group 1), and nine students in the phase of literacy, in the first semester of 2006 (group 2). The sample selected belongs to a school named the Escola Querubins do tempo, a teaching unit of the private school network, located in the town of Barra Velha, where the researcher/grant holder works. Gerard Vergnaud's theory of Conceptual Fields, specifically the theorems-in-action unleashed in the problems on additive structures, constitute the theoretical framework for analysis of the problem solving. The study shows that many of the schemes used by the students to solve problems are carried

out by means of records in the form of drawings, a fact which enables the use of authors that use pictorial resources to communicate and express feelings, as well as the injunctions of written language, linked to the logical-mathematical dimension of the intelligence.
Keywords: Problem solving. Conceptual Fields. Pictorial competence.

Notas explicativas

[1] Pesquisa de Iniciação Científica – Probic, realizada no período de agosto de 2005 a junho de 2006.
[2] Howard Gardner e uma equipe de pesquisadores da Universidade de Harvard entram no cenário dos estudos sobre a inteligência assumindo uma posição de que há evidências da existência de diversas competências intelectuais humanas, as quais chamam genericamente de inteligências. Nos diversos projetos de pesquisa que têm desenvolvido, a idéia central é a de que as manifestações da inteligência são múltiplas e compõem um amplo espectro de competências que inclui as dimensões lógico-matemática e lingüística, mas também a musical, a espacial, a corporal-cinestésica, a interpessoal e a intrapessoal (SMOLE, 1996, p. 25).

REFERÊNCIAS

CORRÊA, C. M. S.; PEREIRA, O. L. **Resolução de problemas**: uma questão de significado das operações matemáticas. Relatório final do Probic/Univali. Itajaí, 2004.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MAGINA, S. et al. **Repensando Adição e Subtração**: Contribuições da teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: Proem, 2001.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999, p. 199-218.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SMOLE, K. C. S. S. **A Matemática na Educação Infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns mitos sobre a Educação Matemática e suas conseqüências para o Ensino Fundamental. In: PAVANELLO, M. R. (Org.). **Matemática nas Séries do Ensino Fundamenta**l: a pesquisa em sala de aula. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, coleção Sbem, v. 2, 2004, p. 7-35.

VERGNAUD, G. **A comprehensive theory of representation for mathematics education.** Journal of Mathematical Behavior, 17(2): 167-181, 1998.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** p. 1-26, 1993.