

OTIMIZAÇÃO DE UMA VIGA DE SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR SUBMETIDA A MOMENTO FLETOR E FORÇA CISALHANTE PELO MÉTODO DE GRÁFICO

OZORIO, Marcelo de Jesus Cevey

Resumo

Este artigo apresenta o estudo de caso referente a métodos de otimização visando a minimização da área da seção transversal de uma viga retangular submetida a um momento fletor máximo M e um esforço cisalhante V pelo método da solução gráfica e validado pela ferramenta `fmincon` do MatLab®. O estudo de componentes estruturais possui vasta aplicação na área de construção civil e fabricação mecânica, sendo necessária a exploração de diferentes técnicas de solução de problemas para uma validação do resultado obtido quando se trata de otimização. Para resolução do problema utiliza-se métodos que englobam sistemas com restrições não lineares, presente em Arora, 2004 [1]. São explicadas resumidamente as metodologias utilizadas para a solução do estudo de caso e sua validação.

Palavras-chave: Estudo de caso, Otimização estrutural, Método gráfico, `fmincon`

1 INTRODUÇÃO

Atualmente a utilização de ferramentas de otimização possui papel importante na elaboração de projetos e dimensionamento de componentes estruturais principalmente no que se trata ao atendimento das restrições de projeto referentes a segurança (Tensões admissíveis, dimensões mínimas) quanto no que se refere a redução de custos e aumento de eficiência (redução de massa, incremento de rendimento).

Tendo em vista a variada gama de ferramentas de otimização, o presente trabalho tem como objetivo a aplicação do método gráfico para solução de problemas de otimização, validado pela ferramenta de otimização do MatLab® fmincon aplicado no estudo de caso de uma viga de seção retangular submetida a um momento fletor máximo e esforço cisalhante.

Tem-se como objetivo obter as mínimas dimensões de comprimento e altura da seção retangular, otimizando assim a área transversal da viga de modo a suportar as cargas solicitadas mediante às propriedades relacionadas a Tensão de flexão e cisalhante admissíveis do material do componente estrutural.

2 DESENVOLVIMENTO

É proposta a otimização da área da seção transversal de uma viga de seção retangular de altura d e largura b conforme mostrada na Figura 1.

Conforme BEER, et al, 2012 [2] tensão de flexão máxima aplicada σ a seção transversal da viga está relacionada diretamente com o momento fletor aplicado M e o módulo da seção elástica S :

$$\sigma = M/S \quad (1)$$

O módulo da seção elástica S é dada por:

$$S = I/C \quad (2)$$

Sendo que tensão de flexão máxima aplicada é inversamente proporcional ao módulo da seção elástica S , no caso de uma seção retangular temos a seguinte relação:

$$\sigma = 6M/(bd^2) \quad (3)$$

Segundo BEER, et al, 2012 [2] a distribuição das tensões de cisalhamento na seção transversal de uma viga retangular é parabólica, sendo que a tensão de cisalhamento máxima é dada pela seguinte relação:

$$\tau = 3V/2A \quad (4)$$

Onde τ é a tensão de cisalhamento máxima, V consiste no esforço de cisalhamento aplicado a seção, A consiste na área da seção transversal da viga estudada.

No problema proposto, para a seção transversal não se romper, a tensão máxima aplicada a viga (σ) deve ser menor ou igual a tensão admissível (σ_a) do material, assim como a tensão máxima de cisalhamento (τ) deve ser menor ou igual a tensão admissível de cisalhamento (τ_a).

Como dados iniciais do problema a altura da viga d deve ser no igual ou maior que duas vezes a largura b , o momento fletor máximo aplicado $M=140\text{kN.m}$, o esforço de cisalhamento aplicado $V=24\text{kN}$, a tensão admissível a flexão do material $\sigma_a=165\text{MPa}$, a tensão admissível a cisalhamento do material $\tau_a=50\text{MPa}$.

Sendo assim, como deseja-se otimizar a área da seção transversal da viga, tem-se o seguinte problema de otimização e suas respectivas restrições, conforme a figura 2.

As variáveis b e d são medidas em mm, e devem ser maiores que zero.

A formulação do problema de otimização apresenta uma função objetivo linear, três restrições de desigualdade e os limites das duas variáveis de projeto b e d .

No presente trabalho é utilizado o método de resolução de problemas de otimização pelo método gráfico utilizando o software MatLab®. Segundo ARORA, 2004 [1], problemas de otimização que possuem apenas duas variáveis podem ser resolvidos através da observação da forma como são representados graficamente. As funções de restrição são plotadas graficamente, e o conjunto factível do problema é identificado conforme a

região gráfica obedece a condição de desigualdade da restrição. Por inspeção visual são identificados os mínimos da função.

Desenvolveu-se também um código do problema de otimização utilizando a ferramenta `fmincon` no software `MatLab®`, de modo a validar os valores obtidos no método gráfico. Conforme MESSAC, 2015 [3], o `fmincon` é uma função utilizada para encontrar o mínimo de uma função multivariada não linear com restrições de igualdade e desigualdade.

RESULTADOS

Inicialmente é plotado o gráfico conforme Figura 3, ilustrando as restrições do problema, juntamente com as curvas da função objetivo. É possível observar pelas condições das restrições, a região do gráfico que contém o conjunto factível, ou seja, o conjunto de solução de x_1 e x_2 que satisfazem as restrições.

Podemos concluir que o ponto ótimo para a minimização da área da seção transversal da viga retangular conforme a figura 2 é $b = 108,5\text{mm}$ e $d = 216\text{mm}$.

A região do gráfico que satisfaz a condição de minimização conforme ARORA, 2004 [1] corresponde ao ponto onde há a interseção entre no mínimo dois contornos que estejam na região factível.

Utilizando a ferramenta `fmincon` no software `MatLab®`, foi possível encontrar o valor ótimo para a função utilizando o modelo matemático, e na tabela 1, podemos ver estes resultados.

3 CONCLUSÃO

Observa-se que no método de análise gráfica, há certa dificuldade em se encontrar exatamente o ponto que satisfaz a equação se simplesmente utilizar o recurso de plotagem das linhas de contorno das funções (método utilizado) e seleccionar o ponto de intersecção dos gráficos por aproximação. Porém em comparação com o software `MatLab®`

utilizando a ferramenta fmincon, pode-se dizer que os resultados obtidos pelo método são satisfatórios.

No método gráfico tem-se a vantagem da visualização da região factível, sendo que para problemas de otimização, pontos próximos ao ponto ótimo podem ser utilizados para satisfazer determinadas condições de projeto na prática.

Assim, pode-se concluir que a resolução de problemas de otimização pelo método gráfico, são confiáveis e visualmente interativos para estimativa de pontos ótimos de problemas de otimização com duas variáveis e restrições de desigualdade lineares e não lineares se comparado a outros métodos que envolvem cálculos matemáticos complexos.

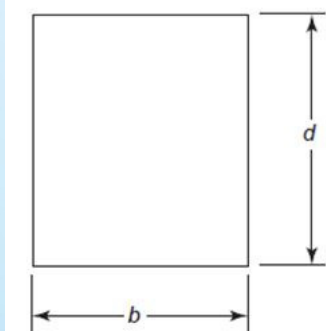
REFERÊNCIAS

- [1] ARORA, J. S.; Introduction to Optimum Design, 2ª edição, Elsevier Academic Press, San Diego, CA, EUA, 2004.
- [2] BEER, Ferdinand...[et al.] ; Mechanics of materials, 6ª edição, The McGraw-Hill Companies, New York, NY, EUA, 2002.
- [3] MESSAC, Achille; Optimization in Practise With Matlab®, 1ª edição, Cambridge University Press, EUA, 2015.

Sobre o(s) autor(es)

Engenheiro de Produção Mecânica, Pós Graduando em Engenharia de Segurança do Trabalho, marcelocevey@gmail.com

Figura 1: Seção transversal da viga



Fonte: ARORA, J. S.; Introduction to Optimum Design

Figura 2: Restrições de projeto

$$\min f(d, b) = b \cdot d$$

Tal que:

$$g(1) = d - 2b \leq 0$$

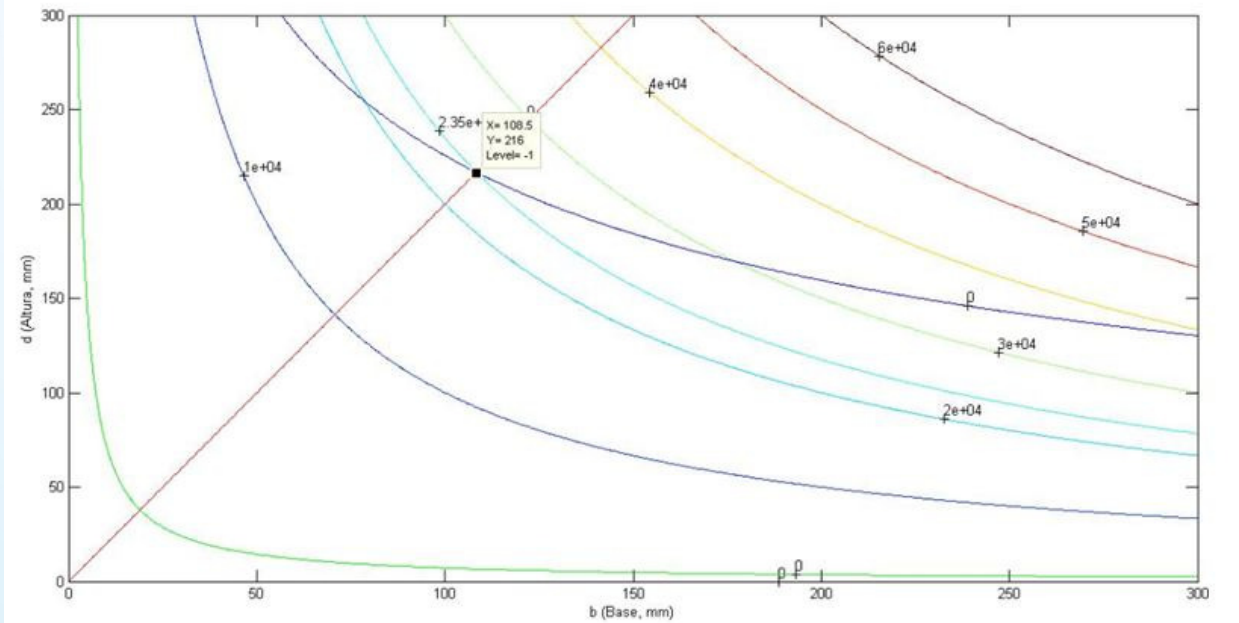
$$g(2) = \sigma - \sigma_a \leq 0$$

$$g(3) = \tau - \tau_a \leq 0$$

$$2 \leq b \leq 300$$

Fonte: O autor

Figura 3: Solução gráfica



Fonte: O autor

Tabela 1: Comparação entre método gráfico e fmincon

	<i>Fmincon</i>	Gráfico
b*	108,4mm	108,5mm
d*	216,7mm	216mm

Fonte: O autor