DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DA EQUAÇÃO DE CHUVAS INTENSAS PARA O MUNICÍPIO DE VIDEIRA, SC

Karina Colombelli *
Rodrigo Mendes **

Resumo

As equações de chuvas intensas são fundamentais para o dimensionamento de obras de drenagem urbana, que devem suportar as vazões máximas associadas às maiores precipitações esperadas para o período de retorno considerado. As relações IDF (intensidade – duração – frequência) são expressões matemáticas que fornecem a intensidade das precipitações em razão da duração da chuva e do período de retorno; os parâmetros K, m, n, e b individualizam cada IDF para a sua respectiva localidade. No presente trabalho, buscou-se determinar estes parâmetros para a IDF de Videira a partir da equação vigente para o município, a qual não se apresenta na forma geral definida na literatura, isto é, realizou-se o ajuste da equação vigente por outra na forma padrão, com parâmetros determinados a partir de sucessivas regressões, lineares ou não. Os resultados foram: K = 1258,538; m = 0,154; n = 0,780; e b = 13,585, para a intensidade de precipitação em mm/h. O coeficiente de determinação calculado foi 0,997 e a soma dos quadrados dos desvios entre as precipitações dadas pelas duas equações (inicial e deduzida) resultou em 845,631, o que mostra ter sido bom o ajuste.
Palavras-chave: Equação de chuvas intensas. Relações IDF. Videira.

1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento de muitas obras de engenharia, em particular daquelas de drenagem urbana, requer o conhecimento da máxima precipitação esperada para o horizonte de projeto em questão. Uma forma prática de se obter a intensidade da precipitação para uma determinada localidade com duração e tempo de retorno específicos é a aplicação direta dos valores destas últimas variáveis na equação de chuva do local. Entretanto, a maioria dos municípios brasileiros não dispõem da relação IDF (intensidade – duração – frequência) característica, o que obriga os projetistas à adoção de equações de chuva de outras cidades, semelhantes do ponto de vista climático.

Em Videira, já se dispõe de uma equação de chuva, desenvolvida por Mendes e Ramos (2002) como parte de um trabalho referente aos efeitos do período de retorno sobre o dimensionamento de sistemas de microdrenagem urbana no município. Esta equação, doravante denominada "equação de Mendes-Ramos", foi elaborada com base em uma série de 16 precipitações máximas anuais e é apresentada a seguir:

* Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas; Acadêmica do Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental da Universidade do Oeste de Santa Catarina de Videira; karina.knc@bol.com.br
** Especialista em Engenharia Civil; Professor da Universidade do Oeste de Santa Catarina de Videira; rodrigo@versattoengenharia.com.br

$$i = \frac{1{,}14}{t}\left\{88{,}607 + 19{,}212\left[-\ln\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)\right]\right\}e^{\left[1{,}5\ln\left(\frac{\ln t}{7{,}3}\right)\right]} \quad (1)$$

Onde:
i= intensidade da precipitação, em mm/min;
t= duração da precipitação, em min;
T = período de retorno, em anos.

Embora de utilidade para os projetistas locais, a equação de Mendes-Ramos não se apresenta na forma geral estabelecida para as relações IDF que vários outros autores, por exemplo, Back (2006); Rosa, Lindner, Massignam ([2006?]); Soprani, Reis (2006). recomendam, qual seja:

$$i = \frac{K \cdot T^m}{(t+b)^n} \quad (2)$$

Onde:
i = intensidade das precipitações, em mm/h ou mm/min;
T = tempo de retorno, em anos;
t= duração das precipitações, em minutos;
K, m, n e b = parâmetros a serem determinados para a localidade em questão.

Assim, o presente trabalho tem por objetivo determinar os parâmetros para a IDF na "forma padrão" mediante aplicação de ajuste discreto (linear e não linear) por quadrados mínimos a intensidades de precipitação calculadas pela equação de Mendes-Ramos. Os procedimentos são detalhados a seguir.

2 MATERIAL E MÉTODOS

O objetivo é ajustar a equação (1) por outra com a estrutura de (2), sendo K, m, n e b os coeficientes a determinar. O procedimento geral consiste em aplicações sucessivas do ajuste discreto por quadrados mínimos sobre dados calculados diretamente a partir da equação de Mendes-Ramos, com valores de t e T de arbitrados como entradas da equação, não necessitando de dados pluviométricos. Porém, estando disponível a série de dados que originou a expressão (1), realizou-se o teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov a fim de verificar se os dados realmente seguem a distribuição de extremos de Gumbel para máximos; uma vez que $D_N < D_{N,\alpha}$ para o nível de significância de 10% (isto é, 0,105 < 0,295), conclui-se que a hipótese de a variável aleatória seguir a distribuição de Gumbel não é descartada.

Ou seja, essa avaliação inicial atesta que a equação (1), construída a partir da distribuição de Gumbel, modela bem os dados de precipitação máxima anual referentes à Videira, pelo menos na época em que esta expressão foi desenvolvida, com base em uma série histórica de 1986 a 2001. Isso demonstra a validade de um trabalho de ajuste sobre a equação de Mendes-Ramos.

Empregando-se exclusivamente a expressão (1), foram calculadas as intensidades de chuva para as durações de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 minutos e períodos de retorno de 2, 5, 10, 15, 20, 25, 50 e 100 anos. Em seguida, aplicaram-se regressões não lineares sucessivas a fim de se determinar os parâmetros m, n, b e K.

2.1 DETERMINAÇÃO DE "*m*":

Para cada duração, considerou-se o termo $K/(t+b)^n = C =$ constante, assim obteve-se uma equação da forma $i=C.T^m$. A expressão foi então linearizada pela aplicação do logaritmo natural a ambos os lados da igualdade, o que resultou em $g(T) = \ln i = m.\ln T + \ln C$, ou $g(T) = \ln i = \alpha.\ln T + \beta$. Desenvolveu-se regressão linear para determinação dos coeficientes α e β, sendo $m = \alpha$ e $C = e^{\beta}$. O valor de α deve ser aproximadamente constante para todas as durações consideradas.

2.2 DETERMINAÇÃO DE "*n*","*b*" E "*K*"

Conhecido o valor de m , estabeleceu-se a variável independente $x=T^m/_i$. Tomando-se pela t variável dependente, tem-se:

$$Kx = (t+b)^n \quad \rightarrow \quad t = (Kx)^{\frac{1}{n}} - b \qquad (3)$$

Como b é desconhecido e o processo de linearização por anamorfose logarítmica resulta no logaritmo de uma subtração envolvendo b, pode-se proceder de duas formas:

a) derivar a expressão acima em relação a x para eliminar o parâmetro b;
b) arbitrar diferentes valores de b para calcular os parâmetros restantes e selecionar aqueles que produzirem a menor soma dos quadrados dos desvios entre as precipitações estimadas e aquelas fornecidas pela equação de Mendes-Ramos.

Ambos os métodos foram contemplados e serão descritos adiante.

2.2.1 **Método A: por derivação da expressão (3)**

Este método baseia-se no item 9 do anexo 10 do livro "Hidrologia Estatística", de Naghettini e Pinto (2007). Derivando (3) em relação a x, obtém-se:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{n}(Kx)^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} = \frac{K^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}}{n} x^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \qquad (4)$$

Aplicando então o logaritmo natural a ambos os lados:

$$\ln\left(\frac{dt}{dx}\right) = \ln\left[\frac{K^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}}{n}\right] + \left(\frac{1}{n} - 1\right)\ln x \quad \rightarrow \quad \ln\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) = \alpha \ln x + \beta \qquad (5)$$

Assim, é possível determinar os parâmetros α e β, em seguida o valor n de por regressão linear, em procedimento análogo ao utilizado para determinar m. Todavia, deve-se observar que a aproximação de dt/dx por $\Delta t/\Delta x$ implica na consideração de que o comportamento da função é aproximadamente linear entre dois pontos consecutivos, o que não é de todo verdadeiro; além disso, dados "N" pontos (x, t), haverá "N – 1" diferenças "Δx" e "Δt" disponíveis para os cálculos de regressão. Entretanto, o método parece razoável e constitui uma alternativa à adoção de valores arbitrários para o parâmetro b.

Conhecido o valor de n, determinaram-se os parâmetros b e K por regressão linear a partir da equação :

$$(t+b)^n = Kx \quad \rightarrow \quad x^{1/n} = \frac{t}{K^{1/n}} + \frac{b}{K^{1/n}} \quad \rightarrow \quad x^{1/n} = \alpha \cdot t + \beta \qquad (6)$$

O valor de b se manteve o mesmo para todos os períodos de retorno considerados, com precisão de 10 casas decimais. Em relação a K, houve pequenas variações em razão de T; assim, calculou-se média dos valores de K obtidos por regressão. A fim de se estabelecer o melhor valor de K, foi calculada a soma dos quadrados dos desvios entre a precipitação estimada e a precipitação dada pela equação de Mendes-Ramos para cada valor de K, inclusive a média, sendo os parâmetros comuns a todos os períodos de retorno e durações. Verificou-se que o K médio proporcionou melhor ajuste, com menor soma dos quadrados dos desvios. Por fim, com todos os parâmetros definidos, calculou-se o coeficiente de determinação para avaliar a qualidade do ajuste.

2.2.2 **Método B: por adoção de diferentes valores para**

Nesse caso, não se derivou a expressão (3), sendo somados diferentes valores de b à variável t, considerando-se $(t+b)$ a variável independente e x a variável dependente, com linearização por anamorfose logarítmica. Ou seja:

$$x = \frac{(t+b)^n}{K} \quad \rightarrow \quad \ln x = n \cdot \ln(t+b) - \ln K \quad \rightarrow \quad \ln x = \alpha \cdot \ln(t+b) + \beta \qquad (7)$$

Os valores de b inicialmente adotados, foram 10, 11, 12, 13, 14 e 15, com base nos resultados do "Método A". Para cada valor de b, foram determinados os correspondentes n e K por regressão, em seguida, as respectivas somas dos quadrados dos desvios em relação às saídas da equação de Mendes-Ramos. Observando-se os valores que forneceram as menores somas, foi-se estreitando o intervalo de variação de até um valor com precisão de 3 casas decimais, que rendeu um ajuste ainda melhor do que o do "Método A". O coeficiente de determinação também foi calculado.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 MÉTODO “A”

O “Método A” resultou nos seguintes parâmetros, com precisão de 10 casas decimais:

a) m=0,1545234864;
b) n=0,7874766816;
c) b=14,3699061165;
d) K=21,9877034993, para i em mm/min.

Por questões de praticidade e minimização do erro, foram adotadas três casas decimais truncadas para os parâmetros calculados. Assim, a relação IDF de Videira se apresenta como segue:

$$\boxed{i = \frac{21{,}987 \cdot T^{0{,}154}}{(t + 14{,}369)^{0{,}787}}\ mm/min \quad \text{ou} \quad i = \frac{1319{,}262 \cdot T^{0{,}154}}{(t + 14{,}369)^{0{,}787}}\ mm/h} \qquad (8)$$

Uma avaliação prévia da adequabilidade dos ajustes realizados pode ser feita calculando-se a soma dos quadrados dos desvios ($\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$) entre as intensidades de precipitação estimadas pelas IDF obtidas e as intensidades fornecidas pela equação de Mendes-Ramos. Dessa forma, obteve-se:

- Para em mm/min: $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2 = 0{,}244$
- Para em mm/h: $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2 = 878{,}241$

Ou seja, as equações (8) ajustam-se bem à equação (1), haja vista que a soma dos quadrados dos desvios é relativamente pequena, mesmo para a intensidade de precipitação em mm/h($\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2 = 878{,}241$). Na literatura, reportam-se ajustes com maior $\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i^2$ que também são considerados bons, como, por exemplo, o trabalho de Rosa, Lindner e Massignam (2006), no qual o melhor ajuste apresentou $\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i^2 = 1126{,}64$. A *grosso modo*, pode-se dizer que o valor obtido para $\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i^2$ no presente trabalho significa que, em média, há um desvio de 3,025 mm/h das intensidades estimadas em relação àquelas calculadas pela equação de Mendes-Ramos, o que é aceitável.

Outro parâmetro interessante para avaliar a consistência do ajuste é o coeficiente de determinação, definido como o quociente da soma dos quadrados das diferenças entre as precipitações estimadas e a média das precipitações observadas pela soma dos quadrados das diferenças entre as precipitações observadas e a média destas (NAGHETTINI; PINTO, 2007, p. 366). Por definição, o coeficiente de determinação r^2 deve ser tal que $0 \leq r^2 \leq 1$, de modo que, quanto melhor o ajuste, mais próximo de 1 fica o coeficiente. Para a intensidade em mm/min, obteve-se r^2=0,994589391, bem como r^2=0,994562192 para a intensidade em mm/h. Ou seja, em ambos os casos, praticamente 99,46% da variância total da variável “intensidade” é explicada pelo modelo de regressão adotado.

Os gráficos à esquerda no Gráfico 1 mostram os pontos de intensidade (mm/h) *versus* duração das precipitações (min) para as equações (1) e (8) , para cada período de retorno considerado. Nota-se que para os períodos de retorno de 5 a 25 anos, os primeiros quatro ou cinco pontos calculados pela equação de Mendes-Ramos estão um pouco acima daqueles que lhes correspondem pela relação IDF deduzida, revelando que a precipitação estimada por esta última é menos intensa do que os resultados da equação (1); por outro lado, fenômeno inverso ocorre para os períodos de retorno de 2, 50 e 100 anos. Neste último caso, o uso da equação (2) já traria uma segurança adicional aos dimensionamentos, porém é frequente a adoção de T = 10 anos para obras de drenagem urbana, que não podem ser subdimensionadas. Assim, para as intensidades calculadas com período de retorno entre 5 e 25 anos, recomenda-se a adoção de um fator de segurança para as durações de 5 a 20 minutos equivalente a 1,05, haja vista que a maior proporção desvio : intensidade estimada é de 4,85%.

3.2 MÉTODO "B"

A Tabela 1 mostra $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$ de acordo com os valores de *b* preestabelecidos:

Tabela 1 – Somas dos quadrados dos desvios para cada valor de adotado

b		**b**		**b**	
10	1896.005	14,25	893,344	13,61	866,931
11	$\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$	14,5	$\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$	13,591	$\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$
12	1038,029	14,75	940,95	13,589	866,45
13	883,449	13,4	870,586	13,588	866,444
14	878,389	13,6	866,618	13,587	866,439
15	973,188	13,65	869,601	13,586	866,436
13,25	871,874	13,55	872,194	**13,585**	**866,435**
13,5	867,377	13,59	866,458	13,584	866,435
13,75	869,645	13,58	876,928	13,583	877,474

Fonte: os autores.

Assim, escolheu-se $b = 13{,}585$. Os demais parâmetros, com dez casas decimais, são:

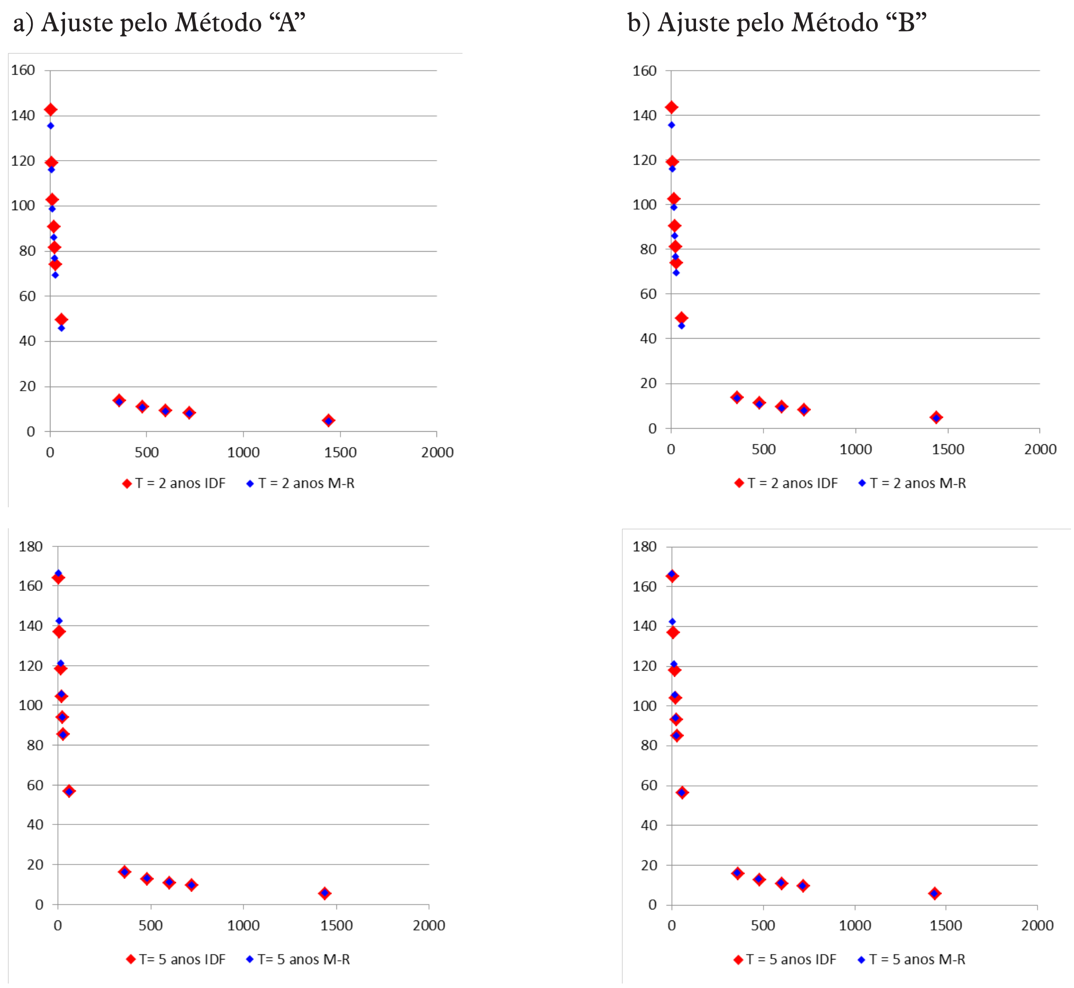
- *m*= 0,1545234864;
- *n*= 0,78051019438;
- *K*=20,9756351492.

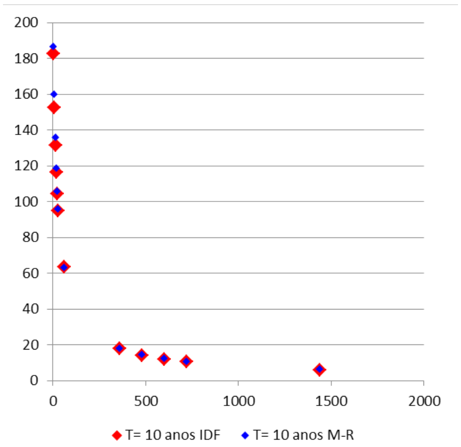
Verificou-se que o uso de três casas decimais truncadas produz menor $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2$ do que três casas decimais arredondadas. Desse modo, outra sugestão para a relação IDF de Videira, com base na equação de Mendes-Ramos, é a seguinte:

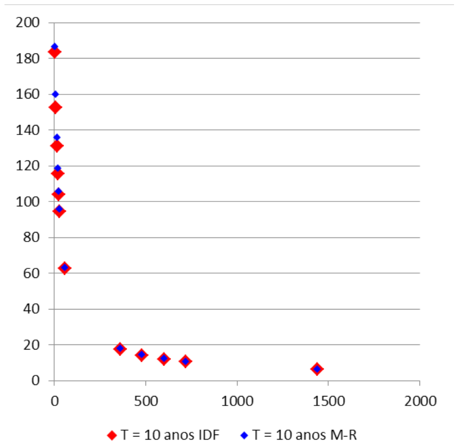
$$\boxed{i = \frac{20{,}975 \cdot T^{0{,}154}}{(t + 13{,}585)^{0{,}780}}\ mm/min \quad \text{ou} \quad i = \frac{1258{,}538 \cdot T^{0{,}154}}{(t + 13{,}585)^{0{,}780}}\ mm/h} \qquad (9)$$

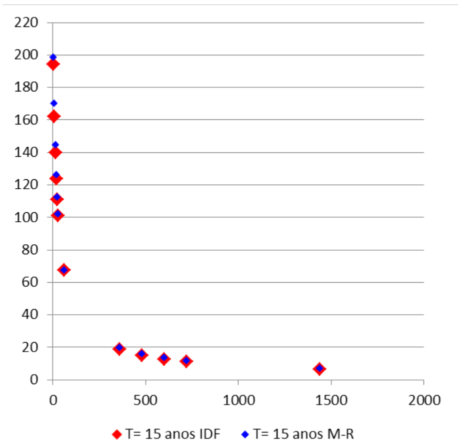
Obtendo-se $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2 = 0{,}235$ para i em mm/min, e $\sum_{i=1}^{96} \epsilon_i^2 = 845{,}631$ para i mm/h. Já os coeficientes de determinação foram $r^2=0{,}997350927$(em mm/min) e $r^2=0{,}99741142$ (em mm/h). Isso indica que as equações (9) aproximam-se melhor da equação de Mendes-Ramos do que as expressões (8). Entretanto, os gráficos à direita no Gráfico 1 mostram ser pouca a diferença em relação ao Método "A". Verifica-se que, de modo geral, os pontos azuis (dados pela equação (1)) e os vermelhos (dados pela equação (9)) estão mais próximos entre si, porém deve-se notar que, para determinados períodos de retorno tomados individualmente, talvez sejam mais adequadas as expressões (8), conforme se atesta, por exemplo, para $T=5$ anos com $t>5$ min, em que as maiores intensidades são dadas pela equação de Mendes-Ramos, inclusive para os últimos seis pontos (é preferível que a IDF produza os maiores valores, por questão de segurança). Não obstante, a proximidade dos pontos azuis e vermelhos nos gráficos indica que ambos os métodos produziram IDFs adequadas, não constatando nenhum *outlier.*

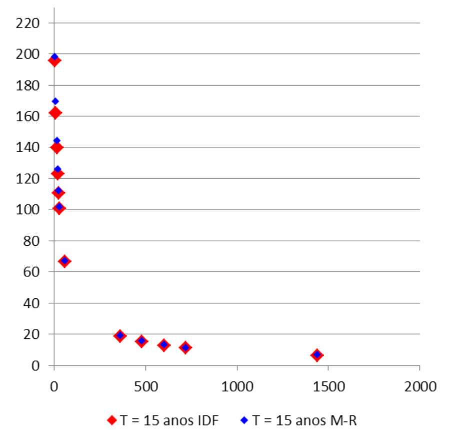
Gráfico 1 – Gráficos de intensidade *versus* duração para cada tempo de retorno, para a equação calculada e pela equação de Mendes-Ramos

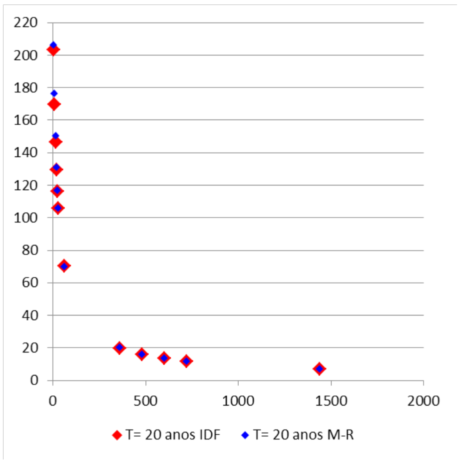


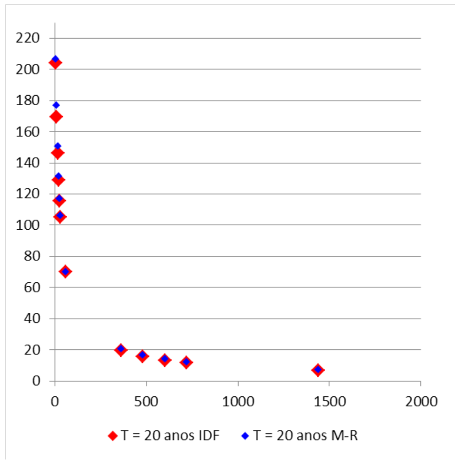

T= 10 anos IDF
T= 10 anos M-R

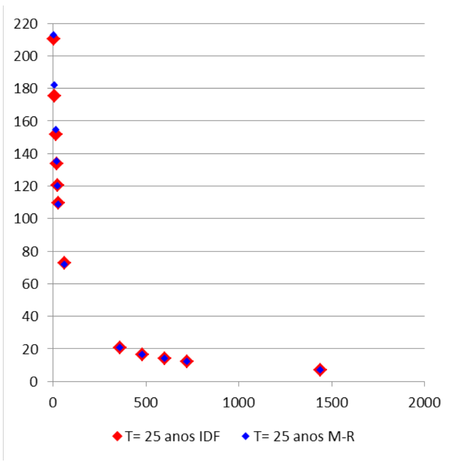

T = 10 anos IDF
T = 10 anos M-R

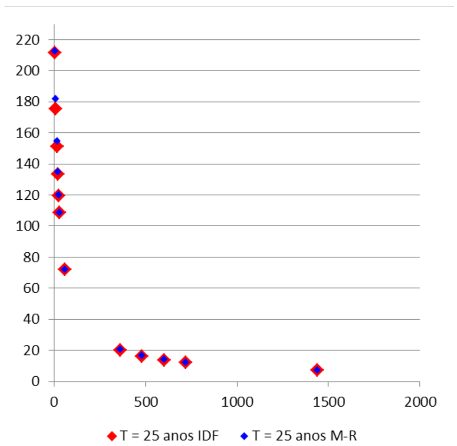

T= 15 anos IDF
T= 15 anos M-R

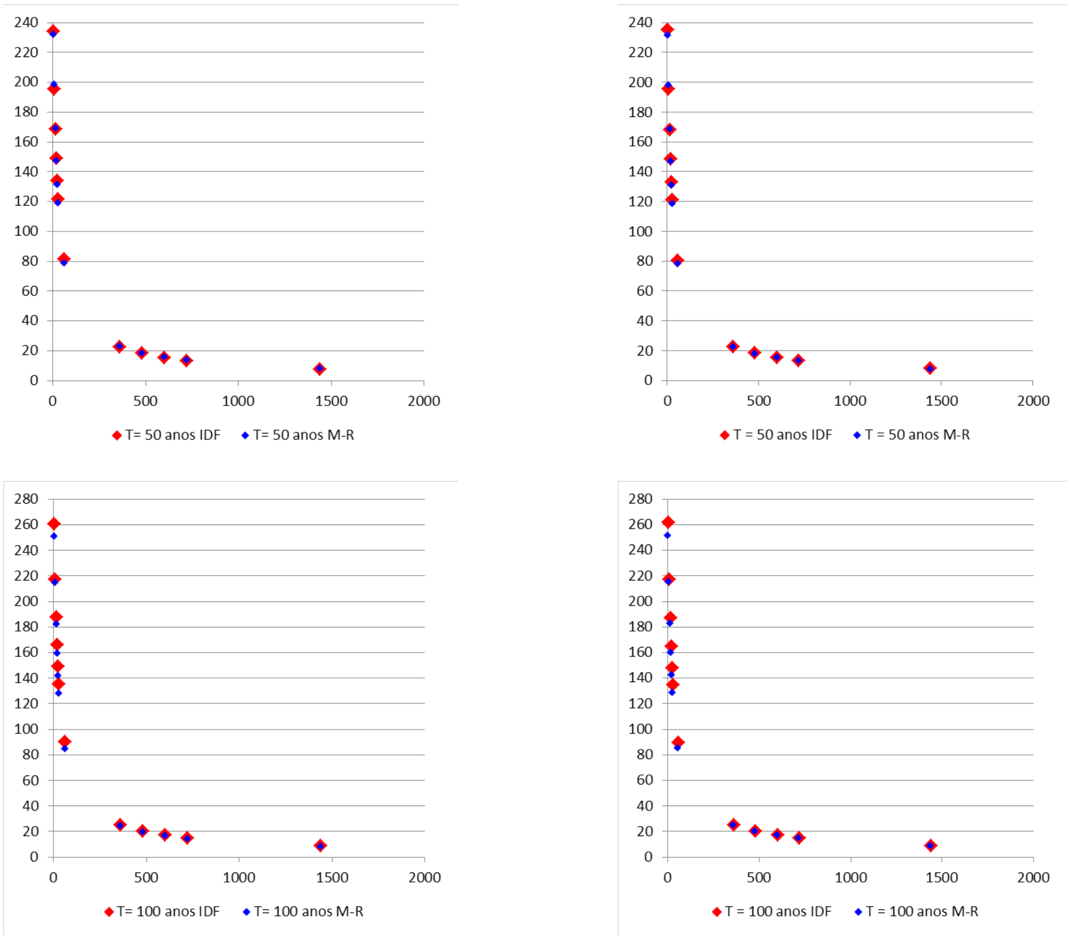

T = 15 anos IDF
T = 15 anos M-R


T= 20 anos IDF
T= 20 anos M-R


T = 20 anos IDF
T = 20 anos M-R


T= 25 anos IDF
T= 25 anos M-R


T = 25 anos IDF
T = 25 anos M-R

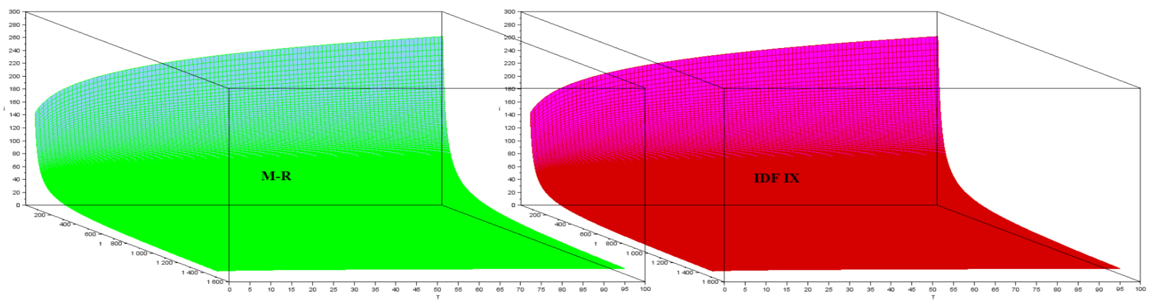


Fonte: os autores.

Para o Método "B", a maior relação desvio/precipitação calculada foi equivalente a 0,0477, para IDF < M-R. Ou seja, também nesse caso, recomenda-se um fator de segurança da ordem de 1,05 para precipitações com $5 \leq T \leq 25$ anos e $5 \leq t \leq 20$ minutos, a fim de evitar subdimensionamentos.

O Gráfico 2 mostra gráficos tridimensionais feitos no software *Scilab 5.4.1* para as intensidades de chuva, tanto para a equação de Mendes-Ramos quanto para a IDF (IX) (mm/h). Nota-se que os gráficos são bastante similares entre si, o que atesta a qualidade do ajuste.

Gráfico 2 – Gráficos tridimensionais para a equação (1) e para a equação (9) – intensidades em milímetros por hora



Fonte: os autores.

4 CONCLUSÃO

Para a intensidade de precipitação em mm/h, o melhor ajuste é dado pela relação IDF com os seguintes parâmetros: K = 1258,538; m = 0,154; n = 0,780; e b = 13,585. Os gráficos comparativos para as saídas da equação vigente (Mendes-Ramos) e as da equação determinada (IDF) mostram que há pouca diferença nos resultados, embora a IDF resulte em intensidades de chuva até 5% menores para períodos de retorno entre 5 e 25 anos. Em situações de maior risco, portanto, recomenda-se o uso de um coeficiente de segurança de 1,05. Verificou-se, também, que os maiores erros se concentram nas durações iniciais (inferiores a 20 minutos). Apesar disso, o coeficiente de determinação próximo de 1 e o valor relativamente baixo para a soma dos quadrados dos desvios sugerem boa qualidade para o ajuste realizado.

Abstract

Determination of parameters of rainfall equation for Videira, SC

Rainfall equations are essential to project urban drainage works, which must support maximum flows associated to the highest precipitations expected to the return period considered. The IDF (intensity – duration – frequency) relations are mathematical expressions which give the precipitations' intensity according to the rainfall's duration and the return period, whereas the K, m, n and b parameters individualize each IDF for its' respective locality. At this work, the objective was to calculate these parameters to the IDF for Videira town by least square method applied to rainfall intensity values given by the actual equation, which is not at the general form established at the literature. The results were: K = 1258,538; m = 0,154; n = 0,780; and b = 13,585, for rainfall intensity expressed in mm/h. The coefficient of determination was 0,977, and the sum of square of residuals (between the precipitations' intensity calculated by original and deduced equations) was 845,631. This means that the adjustment was good.
Keywords: intense rainfall equations. IDF relations. Videira.

REFERÊNCIAS

BACK, Álvaro José. **Relações Intensidade-Duração-Freqüência de chuvas intensas de Chapecó, Estado de Santa Catarina**. Acta Scientiarum Agronomy, Maringá, v. 28, n. 4, p. 575-581, out./dez 2006.

BACK, Álvaro J.; OLIVEIRA, José L. R.; HENN, Alan. Relações entre precipitações intensas de diferentes durações para desagregação da chuva diária em Santa Catarina. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 16, n. 4, p. 391-398, 2012.

DAEE/CETESB. **Drenagem urbana**: manual de projeto. São Paulo: DAEE/CETESB, 1986.

MENDES, Rodrigo; RAMOS, Doalcey Antunes. **Análise da influência do período de retorno no dimensionamento de sistemas de microdrenagem urbana, aplicada à cidade de Videira, SC**. 2002. 10 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)–Universidade do Estado de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

NAGHETTINI, Mauro; PINTO, Éber José de Andrade. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007.

ROSA, Daiani; LINDNER, Elfride Anrain; MASSIGNAM, Angelo Mendes. **Equação de chuvas intensas para o município de Joaçaba/SC**. [2006?]. 6 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)–Universidade do Oeste de Santa Catarina, Joaçaba, [2006].

SOPRANI, Marcela Aparecida; REIS, José Antônio Tosta dos. Proposição de equações de intensidade-duração-freqüência de precipitações para a bacia do Rio Benevente, ES. **Revista Capixaba de Ciência e Tecnologia**, Vitória, n. 2, p. 18-25, 1. set. 2007.